Universidade Federal Fluminense
Curso: Sistemas de Informação
Disciplina: Fundamentos Matemáticos para Computação
Professora: Raquel Bravo

Gabarito da Lista de Exercícios sobre Permutação simples e circular

1. Simplifique as seguintes expressões:

   (a) $\frac{(n+1)!}{n!}$

   Resposta: $\frac{(n+1)!}{n!} = \frac{(n+1)n!}{n!} = (n+1)$

   (b) $\frac{n!}{(n+2)!}$

   Resposta: $\frac{n!}{(n+2)!} = \frac{n!}{(n+2)(n+1)n!} = \frac{1}{(n+2).(n+1)}$

   (c) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$

   Resposta: $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = \frac{(n+1)n(n-1)!}{(n-1)!} = (n+1)n$

2. De quantas maneiras as letras da palavra **CURSO** podem ser permutadas?

   Resposta: Cada anagrama de **CURSO** nada mais é que uma ordenação das letras **C, U, R, S, O**. Assim, o número de anagramas de **CURSO** é $P_5 = 5! = 5.4.3.2.1 = 120$.

3. Um cubo de madeira tem as faces pintadas de cores diferentes. De quantos modos podem ser gravados números de 1 a 6 sobre cada uma das faces?

   Resposta: Devemos colocar seis cores em seis lugares. Logo, a resposta é $P_6 = 6! = 6.5.4.3.2.1 = 720$.

4. Considere 4 cidades **A, B, C** e **D**. Ana e João pensam fazer um passeio pelas 4 cidades, passando por cada uma delas apenas uma vez.

   (a) Se eles podem começar por qualquer cidade e terminar em qualquer cidade, quantos trajetos são possíveis?

   Resposta: $4! = 4.3.2.1 = 24$ trajetos possíveis, pois cada passeio corresponde a uma forma diferente de visitar a cidade.

   (b) Se eles devem começar pela cidade **A**, quantos caminhos são possíveis?

   Resposta: $3! = 3.2.1 = 6$, pois a cidade **A** é fixa.

5. De quantos modos é possível colocar em uma prateleira 5 livros distintos de matemática, 3 diferentes de física e 2 diferentes de inglês?

   Resposta: Como não existe restrição, podemos ordenar os livros de qualquer maneira.Como temos ao todo 10 livros, daí a resposta é $P_{10} = 10! = 3628800$.

6. Quantos são os anagramas da palavra **ÂNGULO** que:

   (a) começam com vogal?

Resposta: A vogal inicial pode ser escolhida de 3 maneiras, e as letras restantes podem ser arrumadas de $P_5 = 5!$ maneiras. Logo, pelo princípio multiplicativo, a resposta é $3.5! = 360$.

(b) começam e terminam por vogal?

Resposta: A vogal inicial pode ser escolhida de 3 maneiras, a vogal final de 2 maneiras e as 4 letras restantes podem ser arrumadas entre essas duas vogais de $P_4 = 4!$ modos. Logo, a resposta é $3.2.4! = 3.2.4.3.2.1 = 144$.

Observemos que obtemos o mesmo resultado se começamos com a possibilidade da última letra, depois continuamos coma as possibilidades da primeira letra e finalmente as quatro letras restantes.

(c) não têm juntas as letras **A** e **N**?

Resposta: O número de anagramas com 6 letras é $P_6 = 6! = 720$. O número de maneiras de ordenar 6 letras de modo que 2 letras, A e N, fiquem juntas é $2.5!$, pois para formar um anagrama, devemos inicialmente decidir em que ordem se colocarão A e N (AN ou NA), e, em seguida, formar o anagrama com 5 letras. Portanto a resposta é $6! - 2.5! = 720 - 240 = 480$.

7. De quantos modos 5 meninas e 5 meninos podem formar uma roda de ciranda de modo que pessoas do mesmo sexo não fiquem juntas?

   Resposta: Existe uma permutação circular com as 5 meninas, isto é, $(PC)_5 = 4!$ modos de formar uma roda com as meninas. Depois disso, os 5 meninos devem ser postos nos lugares entre as meninas, o que pode ser feito de 5! modos. A resposta é $4!5! = 2880$.

8. De quantos modos 4 casais podem formar uma roda de ciranda de modo que cada homem permaneça ao lado da sua mulher e que pessoas do

mesmo sexo não fiquem juntas?

Resposta: Existe uma permutação circular com os 4 homens, isto é, $(PC)_4 = 3!$ modos de formar uma roda como os 4 homens. Depois disso, há dois modos de pôr as esposas na roda: à direita ou à esquerda de seus maridos. A resposta é $2.3! = 12$.

9. De quantos modos 5 mulheres e 6 homens podem formar uma roda de ciranda de modo que as mulheres permaneçam juntas?

   Resposta: Podemos formar uma roda com os homens de $(PC)_6 = 5!$ modos. Depois, devemos escolher um dos 6 espaços entre os homens (o que pode ser feito de 6 modos) para aí colocarmos todas as mulheres. Finalmente, devemos decidir em que ordem as 5 mulheres se colocarão nesse espaço (5! modos). A resposta é $5!6.5! = 5!6! == 86400$.

   Tente fazer com outro raciocínio.